

**Самостоятельная работа по теме
«Признак возрастания (убывания) функции».**

Справочный материал:

Признак возрастания функции: Если производная $f'(x) > 0$ в каждой точке некоторого интервала, то функция $f(x)$ возрастает на всем этом интервале.

Признак убывания функции: Если производная $f'(x) < 0$ в каждой точке некоторого интервала, то функция $f(x)$ убывает на всем этом интервале.

Примеры:

1. Найдите промежутки возрастания и убывания функции $y = x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 3$.

РЕШЕНИЕ:

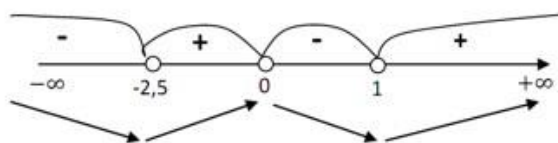
$$y' = (x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 3)' = 4x^3 + 2 \cdot 3x^2 - 5 \cdot 2x - 0 = 4x^3 + 6x^2 - 10x$$

Найдем промежутки возрастания (убывания) с помощью метода интервалов, для этого найдем корни уравнения $4x^3 + 6x^2 - 10x = 0$

$$x(4x^2 + 6x - 10) = 0 \rightarrow x_1 = 0 \text{ или } 4x^2 + 6x - 10 = 0$$

$$D = 6^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-10) = 36 + 160 = 196 = 14^2$$

$$x_{2,3} = \frac{-6 \pm \sqrt{196}}{2 \cdot 4} = \frac{-6 \pm 14}{8} \Rightarrow x_2 = \frac{-6-14}{8} = -\frac{20}{8} = -\frac{5}{2} = -2,5; \quad x_3 = \frac{-6+14}{8} = 1$$

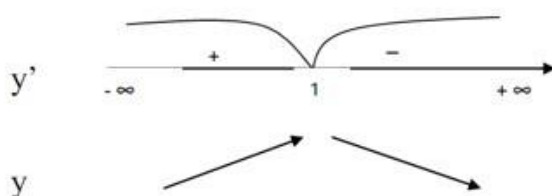


Ответ: функция убывает при $x \in (-\infty; -2,5] \cup [0; 1]$
 функция возрастает при $x \in [-2,5; 0] \cup [1; +\infty)$

2. Найдите промежутки возрастания и убывания функции $y = \frac{2x}{e^x}$.

РЕШЕНИЕ: $y' = \left(\frac{2x}{e^x}\right)' = \frac{(2x)' \cdot e^x - 2x \cdot (e^x)'}{(e^x)^2} = \frac{2 \cdot e^x - 2x \cdot e^x}{(e^x)^2} = \frac{e^x(2-2x)}{(e^x)^2} = \frac{2-2x}{e^x}$

Решим неравенство $\frac{2-2x}{e^x} > 0$, т.к. $e^x > 0$ при $x \in (-\infty; +\infty) \Rightarrow \frac{2-2x}{e^x} > 0 \Leftrightarrow 2-2x > 0$



Ответ: функция возрастает при $x \in (-\infty; 1]$
 функция убывает при $x \in [1; +\infty)$

Задания для самостоятельного решения: Найдите промежутки возрастания и убывания функций:

1. $y = x^4 + x^3 - 3,5x^2 + 2$

3. $y = -x^3 - 3x^2 + 9x - 2$

5. $y = \frac{2x^3}{3} - 7x^2 + 12x - 9$

2. $y = -x^4 + 4x^2 - 3$

4. $y = \frac{2x^3}{3} + 5x^2 - 12x + 4$

6. $y = e^x - x$